

Rechenmethoden der Physik II, Hausübung 10

Dozent: PD Dr. Michael Flohr

Übungsleiter: Markus Otto

Abgabe: Dienstag, 24.06.2008

[H28] Elektrostatistisches Potential vs. Gravitation (1 + 1,5 + 1,5 = 4 Punkte)

Durch Aufstellen des Skalarpotentials $\phi(\vec{x})$ gelingt es oftmals sehr viel einfacher, das elektrische Feld $\vec{E}(\vec{x})$ einer Ladungsverteilung $\rho(\vec{x})$ zu berechnen als über die gekoppelten Maxwell-Gleichungen. $\phi(\vec{x})$ berechnet sich via

$$\phi(\vec{x}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \int d^3x' \frac{\rho(\vec{x}')}{|\vec{x} - \vec{x}'|}$$

Es soll nun das elektrische Feld einer mit $\rho(\vec{x}) = \rho_0$ homogen geladenen Kugel (Radius R) mit Hilfe des Skalarpotentials berechnet werden (per integraler Maxwell-Gleichungen wurde dies schon in [P17] erledigt).

- Zunächst machen wir eine Skizze und überlegen uns geeignete Achsen. Wie lautet das elektrostatische Potential $\phi(\vec{x})$ - noch in integraler Form?
- Unterscheide nun die Fälle $r < R$ und $r > R$. Ergibt sich aus dem (a)-Resultat das elektrische Feld von [P17]? Skizze!
- Man gebe (vollkommen analog) das Gravitationspotential eines kugelförmigen und homogenen Planeten Erde vom Radius R an. $V(\vec{r}) = ?$

[H29] Magnetostatik (1 + 1,5 + 1,5 = 4 Punkte)

Wir kennen das Vektorpotential

$$\vec{A}(\vec{x}) = \frac{1}{4\pi\epsilon_0 c^2} \int d^3x' \frac{\vec{j}(\vec{x}')}{|\vec{x} - \vec{x}'|}$$

über welches sich $\vec{B}(\vec{x})$ berechnen lässt.

- Satz von Biot-Savart. Beschreibt \vec{j} einen (geschlossenen) Stromfaden, so bietet sich eine Ersetzung $d^3x' \vec{j}(\vec{x}') \rightarrow I d\vec{x}'$ mit Strom I und einem Linienelement $d\vec{x}'$ an. Wie folgt hieraus das Biot-Savart'sche Gesetz

$$\vec{B}(\vec{x}) = \frac{I}{4\pi\epsilon_0 c^2} \oint d\vec{x}' \times \frac{\vec{x} - \vec{x}'}{|\vec{x} - \vec{x}'|^3}$$

- Eine Leiterschleife mit Radius R werde von einem Strom I durchflossen. Dann ist $\vec{B}(\vec{x}) = ?$
- Ein unendlich dünner Draht, welcher entlang der positiven Abschnitte der x - und y -Achse orientiert ist, werde von einem konstanten Strom \vec{j} durchflossen. Welches Magnetfeld $\vec{B}(\vec{x})$ wird erzeugt?

[H30] Geladener Glasstab (2 Punkte)

Ein unendlich dünner Glasstab der Länge a werde in der Experimentalphysik-Vorlesung mit einem Fell gerieben und sei danach homogen geladen. Wir wollen das elektrische Feld $\vec{E}(\vec{x})$ berechnen, suchen uns zunächst eine geeignete Beschreibung, stellen dazu flugs das Skalarpotential mit $\rho(\vec{x}) = ?$ auf und erhalten $\phi(\vec{x}) = ?$ Hieraus folgt direkt $\vec{E}(\vec{x}) = ?$